

绝密★启用前

2017 年中华人民共和国普通高等学校
联合招收华侨、港澳地区、台湾省学生入学考试
数 学

一. 选择题：本大题共 12 个小题，每小题 5 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项符合题目要求的。

1. 若集合 $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{2, 3, 4\}$, 则 $A \cup B =$

- A. $\{2\}$ B. $\{2, 3\}$ C.
 $\{3, 4\}$ D. $\{1, 2, 3, 4\}$

2. $\cos 20^\circ \cos 25^\circ - \sin 20^\circ \sin 25^\circ =$

- A. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ B. $\frac{1}{2}$
C. 0 D. $-\frac{\sqrt{2}}{2}$

3. 设向量 $a = (\sqrt{3}, 0)$, $b = (-\sqrt{3}, 1)$, 则 a 与 b 的夹角为

- A. 30° B. 60°
C. 120° D. 150°

4. $(\frac{\sqrt{3}+i}{2})^2 =$

- A. $-\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i$ B. $-\frac{1}{2} + \frac{3\sqrt{3}}{2}i$
C. $\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i$ D. $\frac{1}{2} + \frac{3\sqrt{3}}{2}i$

5. 设等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , $a_1 = 4$, $S_5 > S_4 > S_6$, 则公差 d 的取值范围是

- A. $[-1, -\frac{8}{9}]$ B. $[-1, -\frac{4}{5}]$
C. $[-\frac{8}{9}, -\frac{4}{5}]$ D. $[-1, 0]$

6. 设椭圆 c 的焦点为 $F_1 = (-1, 0)$, $F_2 = (1, 0)$, 点 P 在 C 上 $|F_2P| = 2$, 则 $\angle F_1F_2P = \frac{2\pi}{3}$, 则 C 的长轴为

- A. 2 B. $2\sqrt{3}$
C. $2 + \sqrt{3}$ D. $2 + 2\sqrt{3}$



7. 设函数 $y = f(x)$ 的图像与函数 $y = \ln(x-1)$ 的图像关于 y 轴对称，则 $f(x) =$

A. $-\ln(x-1)$ B. $\ln(-x+1)$

C. $\ln(-x-1)$ D. $\ln(x+1)$

8. 设 $0 < a < 1$ ，则

A. $\log_2 a > \log_{\sqrt{2}} \sqrt{a}$ B. $\log_{\sqrt{2}} \sqrt{a} > \log_{\sqrt{2}} a$

C. $\log_2 a < \log_{\sqrt{2}} \sqrt{a}$ D. $\log_{\sqrt{2}} \sqrt{a} < \log_{\sqrt{2}} a$

9. 4 个数字 1 和 4 个数字 2 可以组成不同的 8 位数共有

A. 16 个 B. 70 个

C. 140 个 D. 256 个

10. 正三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 各棱长均为 1，D 为 AA_1 的中点，则四面体 A_1BCD 的体积是

A. $\frac{\sqrt{3}}{4}$

B. $\frac{\sqrt{3}}{8}$

C. $\frac{\sqrt{3}}{12}$

D. $\frac{\sqrt{3}}{24}$

11. 已知双曲线 $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 的右焦点为 $F(c, 0)$ ，直线 $y = k(x - c)$ 与 C 的右支

有两个交点，则

A. $|k| < \frac{b}{a}$

B. $|k| > \frac{b}{a}$

C. $|k| < \frac{c}{a}$

D. $|k| > \frac{c}{a}$

12. 设函数 $f(x)$ 定义域为 $(-\infty, +\infty)$ ，若 $g(x) = f(x+1)$ 和 $h(x) = f(x-1)$ 都是偶函数，则

A. $f(x)$ 是偶函数

B. $f(x)$ 是奇函数

C. $f(2) = f(4)$

D. $f(3) = f(5)$

二. 填空题：本大题共 6 小题，每小题 5 分。

13. $(x-2)^6$ 的展开式中 x^5 的系数是_____。（用数字填写答案）

14. 在 $\triangle ABC$ 中，D 为 BC 的中点， $AB=8$ ， $AC=6$ ， $AD=5$ ，则 $BC=$ _____。

15. 若曲线 $y = x + \frac{1}{x-1} (x > 1)$ 的切线 l 与直线 $y = \frac{3}{4}x$ 平行，则 l 的方程为_____。

16. 直线 $x - \sqrt{3}y - 2 = 0$ 被圆 $x^2 + y^2 - 2x = 0$ 截得的线段长为_____。

17. 若多项式 $p(x)$ 满足 $p(2) = 1, p(-1) = 2$, 则 $p(x)$ 被 $x^2 - x - 2$ 除所得余式为_____.

18. 在空间直角坐标系中, 向量 a 在三个坐标平面内正投影长度分别为 2, 2, 1, 则 $|a| =$ _____.

三. 解答题: 本大题共 4 小题, 每小题共 15 分. 解答应写出文字说明, 证明过程或演算步骤.

19. (15 分)

设数列 $\{b_n\}$ 各项都为正数, 且 $b_{n+1} = \frac{b_n}{b_n + 1}$.

(1) 证明数列 $\{\frac{1}{b_n}\}$ 为等差数列;

(2) 设 $b_1 = 1$, 求数列 $\{b_n b_{n+1}\}$ 前 n 项和 S_n .

20. (15 分)

已知函数 $f(x) = ax^3 - 3(a+1)x^2 + 12x$

① 当 $a > 0$ 时, 求 $f(x)$ 的极小值;

② 当 $a \leq 0$ 时, 讨论方程 $f(x) = 0$ 实根的个数.

21. (15 分)

袋中有 m 个白球和 n 个黑球, $m \geq n \geq 1$.

(1) 若 $m=6, n=5$, 一次随机抽取两个球颜色相同的概率;

(2) 有放回地取两次, 每次随机抽取一个球, 若两次取出的球颜色相同的概率为 $\frac{5}{8}$, 求 $m: n$.

22. (15 分)

设椭圆

$C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 中心为 O , 左焦点为 F , 左顶点为 A , 短轴的一个端点为 B 短轴

长为 4, ΔABF 的面积为 $\sqrt{5} - 1$.

① 求 a, b ;

② 设直线 l 与 C 交于 P, Q 两点, $M(2, 2)$, 四边形 $OPMQ$ 为平行四边形, 求 l 的方程.