绝密★启用前

2019年普通高等学校招生全国统一考试

文科数学

本试卷共 5 页，23 题（含选考题）。全卷满分150分。考试用时120分钟。

★祝考试顺利★

注意事项：

1. 答题前，先将自己的姓名、准考证号填写在试卷和答题卡上，并将准考证号条形码粘贴在答题卡上的指定位置。
2. 选择题的作答：每小题选出答案后，用 2B 铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。写在试卷、草稿纸和答题卡上的非答题区域均无效。
3. 非选择题的作答：用黑色签字笔直接答在答题卡上对应的答题区域内。写在试卷、草稿纸和答题卡上的非答题区域均无效。
4. 选考题的作答：先把所选题目的题号在答题卡上指定的位置用 2B 铅笔涂黑。答案写在答题卡上对应的答题区域内，写在试卷、草稿纸和答题卡上的非答题区域均无效。
5. 考试结束后，请将本试卷和答题卡一并上交。

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1．设$z=\dfrac{3-i}{1+2i}$，则$|z|=$

A．2　　B．$\sqrt{3}$　　C．$\sqrt{2}$　　D．1

2．已知集合$U=\{1,2,3,4,5,6,7\}$，$A=\{2,3,4,5\}$，$B=\{2,3,6,7\}$，则$B\cap \complement_U A=$

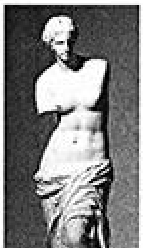
A．$\{1,6\}$　　B．$\{1,7\}$

C．$\{6,7\}$　　D．$\{1,6,7\}$

3．已知$a=\log_2 0.2$，$b=2^{0.2}$，$c=0.2^{0.3}$，则

A．$a<b<c$　　B．$a<c<b$　　C．$c<a<b$　　D．$b<c<a$

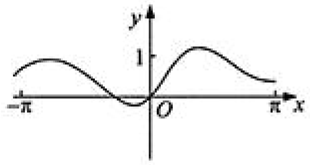
4．古希腊时期，人们认为最美人体的头顶至肚脐的长度与肚脐至足底的长度之比是$\dfrac{\sqrt{5}-1}{2}$（$\dfrac{\sqrt{5}-1}{2}\approx 0.618$，称为黄金分割比例），著名的“断臂维纳斯”便是如此．此外，最美人体的头顶至咽喉的长度与咽喉至肚脐的长度之比也是$\dfrac{\sqrt{5}-1}{2}$．若某人满足上述两个黄金分割比例，且腿长为105 cm，头顶至脖子下端的长度为26 cm，则其身高可能是

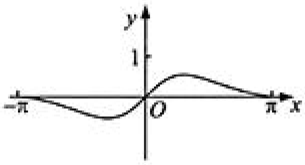


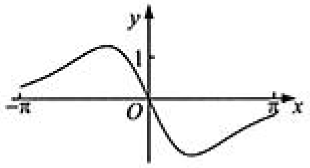
A．165 cm　　B．175 cm　　C．185 cm　　D．190 cm

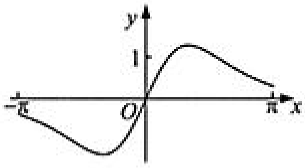
文科数学试题 第1页（共5页）

5．函数 $f(x)=\dfrac{\sin x+x}{\cos x+x^2}$ 在 $[-\pi,\pi]$ 的图像大致为

A. 

B. 

C. 

D. 

6．某学校为了解1 000名新生的身体素质，将这些学生编号为1, 2,⋯, 1 000，从这些新生中用系统抽样方法等距抽取100名学生进行体质测验．若46号学生被抽到，则下面4名学生中被抽到的是

A．8号学生　　B．200号学生　　C．616号学生　　D．815号学生

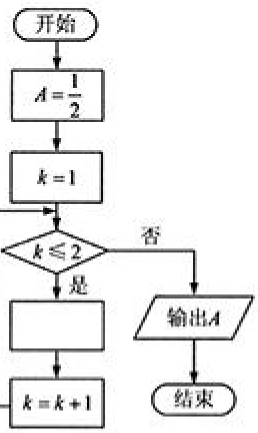
7．$\tan 255°=$

A．$-2-\sqrt{3}$　　B．$-2+\sqrt{3}$　　C．$2-\sqrt{3}$　　D．$2+\sqrt{3}$

8．已知非零向量 $\boldsymbol{a}$，$\boldsymbol{b}$ 满足 $|\boldsymbol{a}|=2|\boldsymbol{b}|$，且 $(\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b})\perp\boldsymbol{b}$，则 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 的夹角为

A．$\dfrac{\pi}{6}$　　B．$\dfrac{\pi}{3}$　　C．$\dfrac{2\pi}{3}$　　D．$\dfrac{5\pi}{6}$

9．右图是求 $\dfrac{1}{2+\dfrac{1}{2+\dfrac{1}{2}}}$ 的程序框图，图中空白框中应填入



A．$A=\dfrac{1}{2+A}$

B．$A=2+\dfrac{1}{A}$

C．$A=\dfrac{1}{1+2A}$

D．$A=1+\dfrac{1}{2A}$

文科数学试题 第2页（共5页）

10．双曲线C：$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$ $(a>0,b>0)$的一条渐近线的倾斜角为$130°$，则C的离心率为

A．$2\sin 40°$　　B．$2\cos 40°$　　C．$\frac{1}{\sin 50°}$　　D．$\frac{1}{\cos 50°}$

11．$\triangle ABC$的内角A，B，C的对边分别为a，b，c．已知$a\sin A-b\sin B=4c\sin C$，$\cos A=-\frac{1}{4}$，则$\frac{b}{c}=$

A．6　　B．5　　C．4　　D．3

12．已知椭圆C的焦点为$F_1(-1,0)$，$F_2(1,0)$，过F_2的直线与C交于A，B两点．若$|AF_2|=2|F_2B|$，$|AB|=|BF_1|$，则C的方程为

A．$\frac{x^2}{2}+y^2=1$　　B．$\frac{x^2}{3}+\frac{y^2}{2}=1$　　C．$\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{3}=1$　　D．$\frac{x^2}{5}+\frac{y^2}{4}=1$

二、填空题：本题共4小题，每小题5分，共20分。

13．曲线$y=3(x^2+x)e^x$在点$(0,0)$处的切线方程为__________.

14．记S_n为等比数列$\{a_n\}$的前n项和．若$a_1=1$，$S_3=\frac{3}{4}$，则$S_4=$__________.

15．函数$f(x)=\sin(2x+\frac{3\pi}{2})-3\cos x$的最小值为__________.

16．已知$\angle ACB=90°$，P为平面ABC外一点，$PC=2$，点P到$\angle ACB$两边AC，BC的距离均为$\sqrt{3}$，那么P到平面ABC的距离为__________.

三、解答题：共70分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。第17～21题为必考题，每个试题考生都必须作答。第22、23题为选考题，考生根据要求作答。

（一）必考题：共60分。

17．（12分）

某商场为提高服务质量，随机调查了50名男顾客和50名女顾客，每位顾客对该商场的服务给出满意或不满意的评价，得到下面列联表：

	满意	不满意
男顾客	40	10
女顾客	30	20

（1）分别估计男、女顾客对该商场服务满意的概率；

（2）能否有95%的把握认为男、女顾客对该商场服务的评价有差异？

附：$K^2=\frac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$.

$P(K^2\geqslant k)$	0.050	0.010	0.001
k	3.841	6.635	10.828

文科数学试题 第3页（共5页）

18.（12分）

记S_n为等差数列$\{a_n\}$的前n项和. 已知$S_9=-a_5$.

（1）若$a_3=4$，求$\{a_n\}$的通项公式；

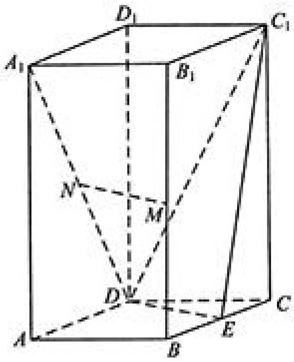
（2）若$a_1>0$，求使得$S_n \geqslant a_n$的n的取值范围.

19.（12分）

如图，直四棱柱$ABCD-A_1B_1C_1D_1$的底面是菱形，$AA_1=4$，$AB=2$，$\angle BAD=60°$，E，M，N分别是BC，BB_1，A_1D的中点.

（1）证明：MN∥平面C_1DE；

（2）求点C到平面C_1DE的距离.



20.（12分）

已知函数$f(x)=2\sin x-x\cos x-x$，$f'(x)$为$f(x)$的导数.

（1）证明：$f'(x)$在区间$(0,\pi)$存在唯一零点；

（2）若$x\in[0,\pi]$时，$f(x)\geqslant ax$，求a的取值范围.

21.（12分）

已知点A，B关于坐标原点O对称，$|AB|=4$，$\odot M$过点A，B且与直线$x+2=0$相切.

（1）若A在直线$x+y=0$上，求$\odot M$的半径；

（2）是否存在定点P，使得当A运动时，$|MA|-|MP|$为定值？并说明理由.

（二）选考题：共10分。请考生在第22、23题中任选一题作答。如果多做，则按所做的第一题计分。

22.［选修4—4：坐标系与参数方程］（10分）

在直角坐标系xOy中，曲线C的参数方程为$\begin{cases} x=\dfrac{1-t^2}{1+t^2}, \\ y=\dfrac{4t}{1+t^2} \end{cases}$（$t$为参数）. 以坐标原点$O$为极点，$x$轴的正半轴为极轴建立极坐标系，直线$l$的极坐标方程为$2\rho\cos\theta+\sqrt{3}\rho\sin\theta+11=0$.

（1）求C和l的直角坐标方程；

（2）求C上的点到l距离的最小值.

23．[选修4－5：不等式选讲]（10分）

已知a，b，c为正数，且满足$abc=1$．证明：

（1）$\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}\leqslant a^2+b^2+c^2$；

（2）$(a+b)^3+(b+c)^3+(c+a)^3\geqslant 24$．

绝密★启用前

2019年普通高等学校招生全国统一考试

文科数学试题参考答案

一、选择题

1. C	2. C	3. B	4. B	5. D	6. C
7. D	8. B	9. A	10. D	11. A	12. B

二、填空题

13. $y=3x$　14. $\frac{5}{8}$　15. -4　16. $\sqrt{2}$

三、解答题

17. 解：

（1）由调查数据，男顾客中对该商场服务满意的比率为$\frac{40}{50}=0.8$，因此男顾客对该商场服务满意的概率的估计值为0.8．

女顾客中对该商场服务满意的比率为$\frac{30}{50}=0.6$，因此女顾客对该商场服务满意的概率的估计值为0.6．

（2）$K^2=\frac{100\times(40\times20-30\times10)^2}{50\times50\times70\times30}\approx4.762$．

由于$4.762>3.841$，故有95%的把握认为男、女顾客对该商场服务的评价有差异.

18. 解：

（1）设$\{a_n\}$的公差为d．

由$S_9=-a_5$得$a_1+4d=0$．

由$a_3=4$得$a_1+2d=4$．

于是$a_1=8$，$d=-2$．

因此$\{a_n\}$的通项公式为$a_n=10-2n$．

（2）由（1）得$a_1=-4d$，故$a_n=(n-5)d$，$S_n=\frac{n(n-9)d}{2}$．

由$a_1>0$知$d<0$，故$S_n\geqslant a_n$等价于$n^2-11n+10\leqslant0$，解得$1\leqslant n\leqslant10$．

所以n的取值范围是$\{n|1\leqslant n\leqslant10, n\in\mathrm{N}\}$．